Matrices e invertibilidad

Laura C. Eslava Fernández, McGill University, Canadá

En esta plática damos un breve resumen sobre el estudio de la invertibilidad de matrices aleatorias.

Los primeros estudios sobre la invertibilidad de matrices con entradas aleatorias se basan en conceptos simples de álgebra lineal. Esto se debe a que la propiedad de invertibilidad de una matriz M se puede interpretar en términos del espacio generado por las filas que componen a M.

Más tarde se relacionaron las matrices con gráficas. La matriz M(G) corresponde a la matriz de adyacencia de la gráfica G. En este caso, un vértice aislado en G corresponde, en M, a una fila (y una columna) de ceros. De modo que, la existencia de un vértice aislado en G implica que M es no invertible.

El último enfoque se inspira en las gráficas aleatorias de Erdös-Reyni, como un proceso {G(n,p) : 0<p<1} que evoluciona con el tiempo. Un resultado importante es que con alta probabilidad, el primer momento en que G(n,p) no tiene vértices aislados coincide con el primer momento en que G(n,p) es conexa.

Inspirados en este resultado, definimos el proceso estocástico {M(n,p) : 0<p<1} donde M(n,p) es precisamente la matriz de adyacencia de G(n,p). Y encontramos, a su vez, que con alta probabilidad, el primer momento en que la matriz no tiene filas de ceros coincide con el primer momento en que la matriz es invertible.